

Small World Netzwerke



<https://iuk.one/1066-1010>

Clemens H. Cap

ORCID: 0000-0003-3958-6136

Department of Computer Science
University of **Rostock**
Rostock, Germany
clemens.cap@uni-rostock.de

Version 1



1. Experimente

1.1. Milgram Experiment

1.2. Erdős Zahl Experiment

1.3. Xing Experiment

3 Experimente, die zeigen, daß menschliche Netzwerke strukturell besonders sind.

Diese Besonderheit wollen wir genauer verstehen.

1. Experimente

2. Definition

3. Routing in Graphen

Milgram Experiment

Hintergrund:

- Sozialpsychologe Stanley Milgram machte 1967 ein bemerkenswertes Experiment.
- Nicht “das” berühmte “Milgram Experiment.” (👉, 👉, 👉)

Situation:

- Milgram wählt eine Person in Nebraska aus.
- Milgram nennt Vorname, Nachname, Beruf eines Paketempfängers in Boston.
- Keine Adresse, nur Region “Massachusetts”.
- Person soll dafür sorgen, daß Paket ans Ziel kommt.

Vorgehen:

- Darf Paket an Person senden wenn ich glaube, diese Person ist näher an Zielperson.
- Adreßverlage sind verboten, die Google Gründer noch nicht geboren.

Assoziation: Internet.

1.1 Milgram Experiment

Vergleich mit dem Internet (1)

```
traceroute to www.ucsd.edu (132.239.180.101), 30 hops max, 40 byte packets
 1  139.30.3.1 (139.30.3.1)  1 ms  1 ms  1 ms
 2  hondo (139.30.5.20)  1 ms  1 ms  1 ms
 3  139.30.2.65 (139.30.2.65)  1 ms  1 ms  1 ms
 4  139.30.0.34 (139.30.0.34)  1 ms  1 ms  1 ms
 5  xr-ros1-ge5-2.x-win.dfn.de (188.1.32.165)  35 ms  48 ms  1 ms
 6  xr-han1-te2-2.x-win.dfn.de (188.1.144.66)  8 ms  8 ms  8 ms
 7  xr-fra1-te3-4.x-win.dfn.de (188.1.145.126)  21 ms  21 ms  21 ms
 8  dfn.rt1.fra.de.geant2.net (62.40.124.33)  21 ms  21 ms  21 ms
 9  abilene-wash-gw.rt1.fra.de.geant2.net (62.40.125.18)  153 ms  127 ms  141 ms
10  atlang-washng.abilene.ucaid.edu (198.32.8.65)  155 ms  143 ms  143 ms
11  hstnng-atlang.abilene.ucaid.edu (198.32.8.33)  164 ms  172 ms  164 ms
12  losang-hstnng.abilene.ucaid.edu (198.32.8.21)  192 ms  192 ms  192 ms
13  hpr-lax-gsr1--abilene-LA-10ge.cenic.net (137.164.25.2)  192 ms  192 ms  192 ms
14  hpr-ucsd-10ge--lax-hpr.cenic.net (137.164.27.165)  199 ms  195 ms  195 ms
15  nodem-msfc--ucsd-gw-t320-ge.ucsd.edu (132.239.255.93)  214 ms  196 ms  195 ms
16  node-j-4506-nodem-msfc.ucsd.edu (132.239.255.241)  195 ms  196 ms  195 ms
17  adcom-720--nodej-4506-ge.ucsd.edu (132.239.255.10)  196 ms  195 ms  195 ms
18  cw-portal.ucsd.edu (132.239.180.101)  197 ms  197 ms  197 ms
```

1.1 Milgram Experiment

Vergleiche mit dem Internet (2)

```
traceroute to www.hiroshima-u.ac.jp (133.41.4.3), 30 hops max, 40 byte packets
```

```
1 139.30.3.1 (139.30.3.1) 1 ms 1 ms 1 ms
2 hondo (139.30.5.20) 1 ms 1 ms 1 ms
3 139.30.2.65 (139.30.2.65) 1 ms 1 ms 1 ms
4 139.30.0.34 (139.30.0.34) 2 ms 18 ms 1 ms
5 xr-ros1-ge5-2.x-win.dfn.de (188.1.32.165) 1 ms 1 ms 1 ms
6 xr-han1-te2-2.x-win.dfn.de (188.1.144.66) 8 ms 8 ms 8 ms
7 xr-fra1-te3-4.x-win.dfn.de (188.1.145.126) 21 ms 21 ms 21 ms
8 dfn.rtl.fra.de.geant2.net (62.40.124.33) 21 ms 21 ms 21 ms
9 so-5-0-0.rtl.ams.nl.geant2.net (62.40.112.58) 28 ms 28 ms 29 ms
10 so-7-0-0.rtl.nyc.us.geant2.net (62.40.112.134) 112 ms 112 ms 112 ms
11 sinet-gw.rtl.nyc.us.geant2.net (62.40.124.234) 112 ms 112 ms 112 ms
12 nii-IX1-P0-0.sinet.ad.jp (150.99.198.245) 442 ms 287 ms 287 ms
13 nii-S1-P6-0.sinet.ad.jp (150.99.199.173) 287 ms 287 ms 287 ms
14 tokyo-core1-P8-0.sinet.ad.jp (150.99.197.21) 287 ms 287 ms 287 ms
15 tokyo-core2-P0-0.sinet.ad.jp (150.99.197.230) 287 ms 287 ms 287 ms
16 osaka-core1-P1-0.sinet.ad.jp (150.99.197.234) 298 ms 298 ms 298 ms
17 hiroshima-S1-P3-0.sinet.ad.jp (150.99.196.154) 306 ms 306 ms 306 ms
18 hiroshima-u-2.gw.s.sinet.ad.jp (150.99.196.198) 306 ms 306 ms 307 ms
19 202.15.114.12 (202.15.114.12) 308 ms 308 ms 308 ms
20 133.41.31.49 (133.41.31.49) 311 ms 307 ms 307 ms
21 * * *
22 * * *
23 * * *
```

Wie implementiert das Programm traceroute seine Aufgabe?
Welche Eigenschaften des IP Protokolls werden genutzt?

Wie viele Hops haben Sie zu `www.google.com`?

- Nutzen Sie ein shell-basiertes Traceroute.
- Nutzen Sie einen visuellen Traceroute Befehl einer Internet service site.

Milgram: 6 Schritte Abstand

- Manche Pakete erreichten ihr Ziel nicht.
- **Wenn** ein Paket sein Ziel erreichte,
dann im Schnitt mit weniger als 6 Zwischenschritten.

Internet: 20 und mehr Schritte Abstand

- Deutlich größere Entfernung.
- Obwohl: Weniger Vermittlungsrechner am Internet als Menschen in den USA.
- Obwohl: Computer mit aufwendigem "Routingsystem".

Definition der Erdős Zahl

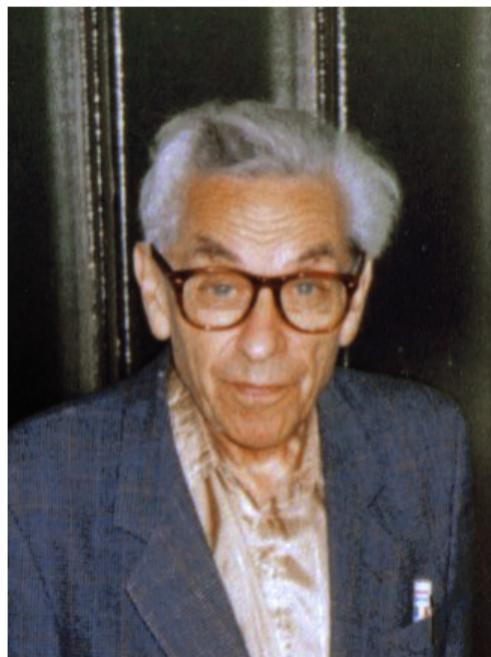


Abb. 1: Paul Erdős, 1913 — 1996, berühmter Mathematiker, viel gereist, viel publiziert.

© Rechte siehe Anhang.

Erdős Zahl

- Eigenschaft eines Mathematikers.
- Mißt Koautoren-Entfernung einer Person von Erdős.
- Erdős-Zahl 0: Erdős selber.
- Erdős-Zahl 1: Die Koautoren von Erdős.
- Erdős-Zahl 2: Die Koautoren der Koautoren von Erdős.
Mit Ausnahme von Erdős selber (der hat 0)
Mit Ausnahme von Erdős Koautoren (die haben 1)

Interpretation der Erdős Zahl

Gewinner des Abel Preises

Jean-Pierre Serre	2003	France	3
Michael Atiyah	2004	Great Britain	4
Isadore M. Singer	2004	USA	3
Peter D. Lax	2005	Hungary / USA	3
Lennart Carleson	2006	Sweden	2

Gewinner des Nevanlinna Preises

Robert Tarjan	1982	USA	2
Leslie Valiant	1986	Hungary/Gt Brtn	3
Alexander Razborov	1990	Russia	2
Avi Wigderson	1994	Israel	2
Peter Shor	1998	USA	2
Madhu Sudan	2002	India/USA	2
Jon Kleinberg	2006	USA	3

1.2 Erdős Zahl Experiment

Interpretation der Erdős Zahl

Lars Ahlfors	1936	Finland	4
Jesse Douglas	1936	USA	4
Laurent Schwartz	1950	France	4
Atle Selberg	1950	Norway	2
Kunihiko Kodaira	1954	Japan	2
Jean-Pierre Serre	1954	France	3
Klaus Roth	1958	Germany	2
Rene Thom	1958	France	4
Lars Hormander	1962	Sweden	3
John Milnor	1962	USA	3
Michael Atiyah	1966	Great Britain	4
Paul Cohen	1966	USA	5
Alexander Grothendieck	1966	Germany/France	5
Stephen Smale	1966	USA	4
Alan Baker	1970	Great Britain	2
Heisuke Hironaka	1970	Japan	4
Serge Novikov	1970	USSR	3
John G. Thompson	1970	USA	3
Enrico Bombieri	1974	Italy	2
David Mumford	1974	Great Britain	2

Erdős Zahl der Preisträger der
Fields Medaille

1.2 Erdős Zahl Experiment

Interpretation der Erdős Zahl

Pierre Deligne	1978	Belgium	3
Charles Fefferman	1978	USA	2
Gregory Margulis	1978	USSR	3
Daniel Quillen	1978	USA	3
Alain Connes	1982	France	3
William Thurston	1982	USA	2
Shing-Tung Yau	1982	China	2
Simon Donaldson	1986	Great Britain	4
Gerd Faltings	1986	Germany	4
Michael Freedman	1986	USA	3
Valdimir Drinfeld	1990	USSR	4
Vaughan Jones	1990	New Zealand	4
Shigemufi Mori	1990	Japan	3
Edward Witten	1990	USA	3
Pierre-Louis Lions	1994	France	4
Jean Christophe Yoccoz	1994	France	3
Jean Bourgain	1994	Belgium	2
Efim Zelmanov	1994	Russia	3
Richard Borcherds	1998	S Afr/Gt Brtn	2
William T. Gowers	1998	Great Britain	4

Erdős Zahl der Preisträger der
Fields Medaille

Interpretation der Erdős Zahl

Maxim L. Kontsevich	1998	Russia	4
Curtis McMullen	1998	USA	3
Laurent Lafforgue	2002	France	infinite
Vladimir A. Voevodsky	2002	Russia/USA	4
Andrei Okounkov	2006	Russia/USA	3
Grigory Perelman(refused)	2006	Russia	4
Terrence Tao	2006	Australia/USA	3
Wendelin Werner	2006	Germany/France	3

Erdős Zahl der Preisträger der Fields Medaille.

Ist eine niedrige Erdős Zahl ein Qualitätsmerkmal?

1.2 Erdös Zahl Experiment

Verteilung der Erdös Zahl

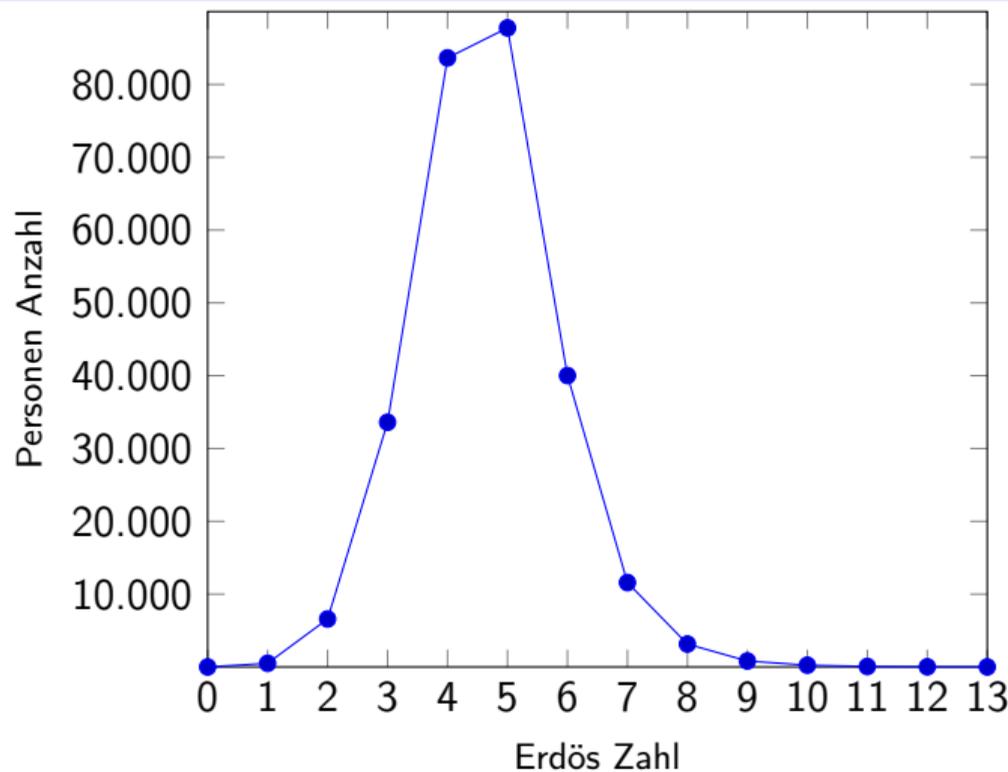


Abb. 2: Verteilungsfunktion der Erdös Zahl

Erdös Zahl	Personen Anzahl
0	1
1	504
2	6593
3	33605
4	83642
5	87760
6	40014
7	11591
8	3146
9	819
10	244
11	68
12	23
13	5

Tab. 1: Tabelle der Erdös Zahl, Stand 2015

Wo man selber als Wissenschaftler etwas herausfinden kann
(eigenes Experimentieren, eigenes Nachdenken, eigenes Ausprobieren)
da sollte man das auch tun.

Durchführung:

- Im Rahmen einer früheren, jetzt gekündigten XING Mitgliedschaft des Vortragenden.
- Mit allen Personen, die unter "Neue Mitglieder" angegeben sind und mindestens eine Kontaktperson angegeben haben über maximal 6 Schritte verbunden.
- Mit einer beliebig ausgewählten Person in Grönland über 4 Schritte verbunden.
- Nachweis als Screenshot zur Dokumentation liegt vor.
Aus Gründen des Datenschutzes der Betroffenen hier nicht öffentlich wiedergegeben.

Aufgabe: Small World Phänomene

Versuchen Sie, das Small World Phänomen nachzuvollziehen:

- An sich selber und bei dritten Personen.
- Bei Mitgliedschaft in XING.
- Auf Sites zur Bestimmung der Koautoren-Distanz:

<https://www.csauthors.net/distance/>,

<https://mathscinet.ams.org/mathscinet/freeTools.html?version=2>

2. Definition

Wie definiert man dieses Phänomen formal?

1. Experimente
2. **Definition**
3. Routing in Graphen

Unscharfen Definitionen

Beispiel:

- 1000000 Körner sind ein Haufen
- 999999 Körner sind ein Haufen
- 999998 Körner sind ein Haufen
- ...
- 2 Körner sind ein Haufen

Problem: Wo genau geht die Qualität "Haufen" verloren?

- Bei 732 459 Körnern? Warum nicht bei 732 458 Körnern?
- In der Logik als "Haufen Problem" (Sorites Problem) bekannt

Lösungsansatz: Sich nicht auf eine scharfe Abgrenzung einlassen.

- **Bsp:** Asymptotisches Wachstum $\mathcal{O}(n \log(n))$
Es existiert ein N , sodaß für alle größeren n etwas gilt...
- **Bsp:** Fuzzy Logic "Schmutzige Wäsche".

Motivation für Small World

Unschärfe Definition: Wo beginnt “Small World” denn genau?

Grundidee:

- Welt ist potentiell groß, denn: Ich kann mich weit bewegen.
- Welt ist doch recht klein: Stoße immer wieder auf Bekannte von Bekannten.
- Routing funktioniert schnell, wie bei Milgram.

2 Klassen “sinnloser” Small World Graphen:

Zu viele Kanten: Vollständige und fast vollständige Graphen

- Kleinheit durch zu viele Kanten erkauft.
- So viele Kanten kann sich niemand merken.

Zu wenige Kanten: Singuläre Punkte und Graphen mit sehr (zu) wenig Kanten

- Kleinheit durch einen bereits (lokal) sehr kleinen Graphen erkauft.
- Kleine Welt ist nichts besonderes, wenn erreichbare Welt nur 3 Personen enthält.

Zwei Begriffe

Clustering Koeffizient eines Knotens

- Betrachte alle Nachbarn des Knotens
- Welcher Anteil der *möglichen* Verbindungen der Nachbarn untereinander ist tatsächlich im Graphen realisiert ?
- Nahe bei 1: Die Nachbarn eines Knotens kennen sich untereinander gut.
- Nahe bei 0: Die Nachbarn eines Knotens sind einander meist fremd.

Typische Entfernung (Mittlere minimale Pfadlänge)

- Die minimale Länge eines Weges zwischen zwei Knoten,
- gemittelt über alle verbundenen Knotenpaare.

Frage: Wie verändert sich das vom regulären zum chaotischen Graphen ?

Randomisieren eines regulären k -Rings

Regulärer k -Ring

- Nachbarn kennen sich untereinander sehr gut (regulär !)
- Mittlere Pfadlänge ist hoch (keine Fernverbindung)

Small World

- Nachbarn kennen sich untereinander sehr gut (noch gut lokal verankert)
- Mittlere Pfadlänge ist klein (da einige, aber wichtige Fernverbindungen)

Random

- Nachbarn kennen sich untereinander sehr schlecht (Großstadtchaos)
- Mittlere Pfadlänge ist klein (da viele Fernverbindungen)

2. Definition

Randomisieren eines regulären k-Rings

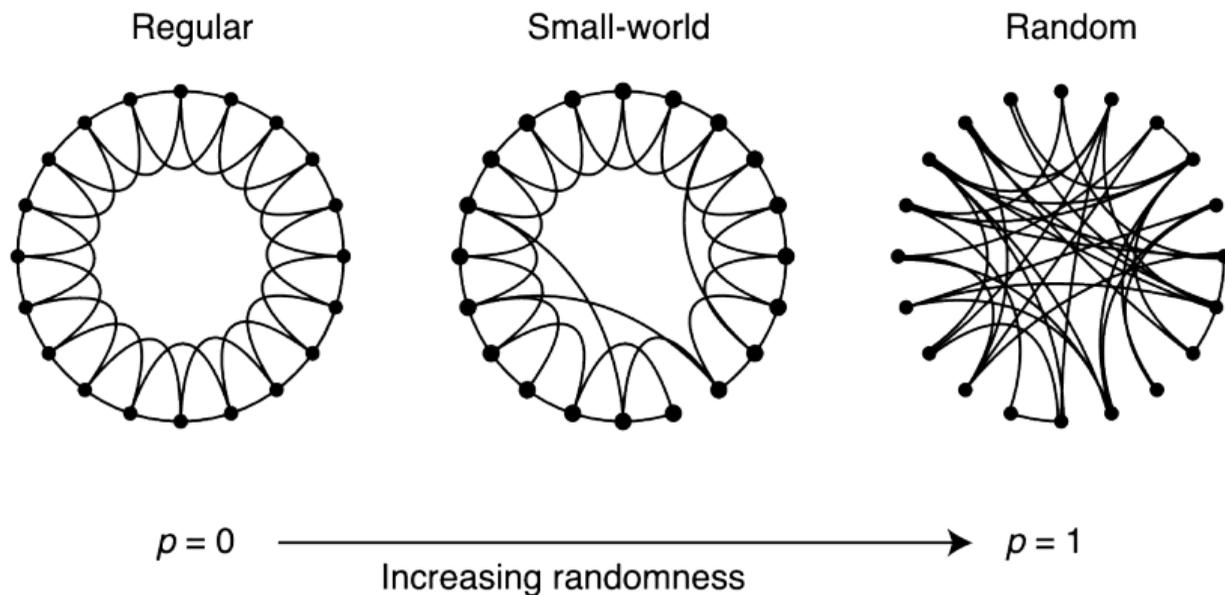


Abb. 3: Zunehmende Randomisierung eines regulären Graphen © Rechte siehe Anhang.

Quantitative Charakterisierung von Small World Graphen

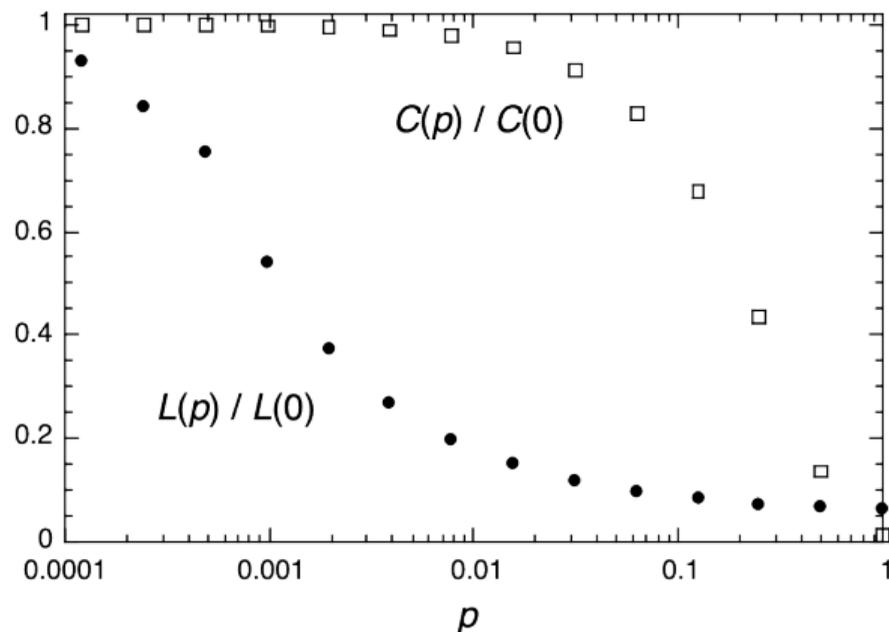


Abb. 4: Links sehen wir mehr reguläre Graphen, rechts sehen wir stärker randomisierte Graphen. In der Mitte befinden sich Small World Graphen: Der Cluster Koeffizient ist noch hoch, der mittlere Abstand ist bereits klein.

Definition Small World, Teil 2

Effekte zunehmender Randomisierung:

- Clusterkoeffizient bleibt sehr lange hoch.
- Typische Entfernung sinkt rasch ab.

Zweites Kriterium: Hoher Clusterkoeffizient bei geringer typischer Entfernung.

Hoher Clusterkoeffizient:

- Die Welt erscheint uns klein.
- **Triadische** Situationen: Wenn A den B kennt und A den C kennt dann ist die Chance gut, daß sich auch B und C kennen.
- "Sag mal, Du kennst den auch?!"

Geringe typische Entfernung:

- "6 degrees of separation" Eigenschaft.
- Mit lokalem Wissen allein können kurze Routen gefunden werden.

Folgen von Small World

Viele Graphen sind “Small World”

- Soziale Netze: Facebook, Xing.
- Co-Autoren-Netze.
- Diskussionsgraph auf Wikipedia

a und b verbunden wenn a auf Diskussionsbeitrag von b reagiert.

Nutzen:

- Erklärt gute Routing-Fähigkeit (Milgram Experiment).
- Erklärt rasche Verbreitung von Nachrichten und Gerüchten in sozialen Netzen.
- Erlaubt effiziente, dezentrale Suche in Informations-Netzen.

Weiterführende Text zu Routing

3. Routing in Graphen

Stringente Analyse der Routing Situation

1. Experimente
2. Definition
3. Routing in Graphen

Graphklasse von Watts und Strogatz

Idee:

- Lokal regulärer Graph mit Fernverbindungen.
- Wahrscheinlichkeit der Fernverbindungen sinkt mit der Entfernung.

Lokale Konnektivität:

- Jeder Knoten hat Kontakt zu allen Nachbarn der Schachbrettentfernung p .
- Typischerweise in Dimension 2 untersucht.

Entfernte Konnektivität:

- Jeder Knoten hat zu weiteren q zufällig ausgewählten Knoten Kontakt.
- Parameter r vorgegeben.
- Bei Entfernung d ist Wahrscheinlichkeit proportional $1/d^r$.

Familie:

- Fixiere p und q , wähle r als Parameter.
- Je größer r , desto näher an einem Knoten sind die Fernkontakte des Knotens.

Routing Problem

Aufgabe: Sende ein Paket von Knoten s zu Knoten t .

Annahmen:

- Jeder Knoten kennt die lokale Gridstruktur (Schachbrett).
- Jeder Knoten kennt die Zieladresse in der lokalen Gridstruktur.
- Nachrichten sammeln auf dem Weg Informationen über die Fernkontakte aller Knoten, durch welche sie gewandert sind.

Frage: Was ist der beste Routing Algorithmus?

3. Routing in Graphen

Guter Algorithmus

Vorgehen:

- Der Knoten, der das Paket besitzt,
- wählt unter seinen Bekannten jenen Knoten aus,
- der am nächsten zum Ziel liegt (gemessen am Schachbrett-Abstand)

Idee: Je näher ich ans Ziel komme, desto bessere lokale Hinweise gibt es.

Ergebnis: Wenn Wahrscheinlichkeit einer Fernverbindung invers quadratisch zum Abstand, dann kann mit einem lokalen Algorithmus effizient geroutet werden.

Konkret:

- Beste Routing-Performance bei $r = 2$.
- Komplexität ist dann $T < c(\log n)^2$

Anhang

Übersicht

Rechtsnachweise



Rechtliche Hinweise



Zitierweise dieses Dokuments



Verzeichnis aller Folien



Verzeichnis aller Abbildungen

Verzeichnis aller Tabellen

Abb. 1 Quelle: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Erdos_budapest_fall_1992_\(cropped\).jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Erdos_budapest_fall_1992_(cropped).jpg)
Kmhkmh, CC BY 3.0 <<https://creativecommons.org/licenses/by/3.0/>>, via Wikimedia Commons

Abb. 3 Source: https://chsasank.github.io/classic_papers/collective-dynamics-of-small-world-networks.html

Rechtliche Hinweise (1)

Die hier angebotenen Inhalte unterliegen deutschem Urheberrecht. Inhalte Dritter werden unter Nennung der Rechtsgrundlage ihrer Nutzung und der geltenden Lizenzbestimmungen hier angeführt. Auf das Literaturverzeichnis wird verwiesen. Das **Zitatrecht** in dem für wissenschaftliche Werke üblichen Ausmaß wird beansprucht. Wenn Sie eine Urheberrechtsverletzung erkennen, so bitten wir um Hinweis an den auf der Titelseite genannten Autor und werden entsprechende Inhalte sofort entfernen oder fehlende Rechtsnennungen nachholen. Bei Produkt- und Firmennamen können Markenrechte Dritter bestehen. Verweise und Verlinkungen wurden zum Zeitpunkt des Setzens der Verweise überprüft; sie dienen der Information des Lesers. Der Autor macht sich die Inhalte, auch in der Form, wie sie zum Zeitpunkt des Setzens des Verweises vorlagen, nicht zu eigen und kann diese nicht laufend auf Veränderungen überprüfen.

Alle sonstigen, hier nicht angeführten Inhalte unterliegen dem Copyright des Autors, Prof. Dr. Clemens Cap, ©2020. Wenn Sie diese Inhalte nützlich finden, können Sie darauf verlinken oder sie zitieren. Jede weitere Verbreitung, Speicherung, Vervielfältigung oder sonstige Verwertung außerhalb der Grenzen des Urheberrechts bedarf der schriftlichen Zustimmung des Rechteinhabers. Dieses dient der Sicherung der Aktualität der Inhalte und soll dem Autor auch die Einhaltung urheberrechtlicher Einschränkungen wie beispielsweise **Par 60a UrhG** ermöglichen.

Die Bereitstellung der Inhalte erfolgt hier zur persönlichen Information des Lesers. Eine Haftung für mittelbare oder unmittelbare Schäden wird im maximal rechtlich zulässigen Ausmaß ausgeschlossen, mit Ausnahme von Vorsatz und grober Fahrlässigkeit. Eine Garantie für den Fortbestand dieses Informationsangebots wird nicht gegeben.

Die Anfertigung einer persönlichen Sicherungskopie für die private, nicht gewerbliche und nicht öffentliche Nutzung ist zulässig, sofern sie nicht von einer offensichtlich rechtswidrig hergestellten oder zugänglich gemachten Vorlage stammt.

Use of Logos and Trademark Symbols: The logos and trademark symbols used here are the property of their respective owners. The YouTube logo is used according to brand request 2-9753000030769 granted on November 30, 2020. The GitHub logo is property of GitHub Inc. and is used in accordance to the GitHub logo usage conditions <https://github.com/logos> to link to a GitHub account. The Tweedback logo is property of Tweedback GmbH and here is used in accordance to a cooperation contract.

Disclaimer: Die sich immer wieder ändernde Rechtslage für digitale Urheberrechte erzeugt für mich ein nicht unerhebliches Risiko bei der Einbindung von Materialien, deren Status ich nicht oder nur mit unverhältnismäßig hohem Aufwand abklären kann. Ebenso kann ich den Rechteinhabern nicht auf sinnvolle oder einfache Weise ein Honorar zukommen lassen, obwohl ich – und in letzter Konsequenz Sie als Leser – ihre Leistungen nutzen.

Daher binde ich gelegentlich Inhalte nur als Link und nicht durch Framing ein. Lt EuGH Urteil 13.02.2014, C-466/12 ist das unbedenklich, da die benutzten Links ohne Umgehung technischer Sperrern auf im Internet frei verfügbare Inhalte verweisen.

Wenn Sie diese Rechtslage stört, dann setzen Sie sich für eine Modernisierung des völlig veralteten Vergütungssystems für urheberrechtliche Leistungen ein. Bis dahin klicken Sie bitte auf die angegebenen Links und denken Sie darüber nach, warum wir keine für das digitale Zeitalter sinnvoll angepaßte Vergütungssysteme digital erbrachter Leistungen haben.

Zu Risiken und Nebenwirkungen fragen Sie Ihren Rechtsanwalt oder Gesetzgeber.

Weitere Hinweise finden Sie im Netz [hier](#) und [hier](#) oder [hier](#).

Zitierweise dieses Dokuments

Wenn Sie Inhalte aus diesem Werk nutzen oder darauf verweisen wollen, zitieren Sie es bitte wie folgt:

Clemens H. Cap: Small World Netzwerke. Electronic document. <https://iuk.one/1066-1010>
28. 6. 2021.

Bibtex Information: <https://iuk.one/1066-1010.bib>

```
@misc{doc:1066-1010,  
  author      = {Clemens H. Cap},  
  title       = {Small World Netzwerke},  
  year        = {2021},  
  month       = {6},  
  howpublished = {Electronic document},  
  url         = {https://iuk.one/1066-1010}  
}
```

Typographic Information:

Typeset on June 28, 2021

This is pdfTeX, Version 3.14159265-2.6-1.40.21 (TeX Live 2020) kpathsea version 6.3.2

This is pgf in version 3.1.5b

This is preamble-slides.tex myFormat©C.H.Cap

Titelseite	1
1. Experimente	
1.1. Milgram Experiment	
Milgram Experiment	3
Vergleich mit dem Internet (1)	4
Vergleiche mit dem Internet (2)	5
Aufgabe: Traceroute	6
Ergebnis	7
1.2. Erdös Zahl Experiment	
Definition der Erdös Zahl	8
Interpretation der Erdös Zahl	9
Interpretation der Erdös Zahl	10
Interpretation der Erdös Zahl	11
Interpretation der Erdös Zahl	12
Verteilung der Erdös Zahl	13
1.3. Xing Experiment	
Ein eigenes Experiment	14
Aufgabe: Small World Phänomene	15

2. Definition

Unschärfe Definitionen	17
Motivation für Small World	18
Definition Small World, Teil 1	19
Zwei Begriffe	20
Randomisieren eines regulären k -Rings	21
Randomisieren eines regulären k -Rings	22
Quantitative Charakterisierung von Small World Graphen	23
Definition Small World, Teil 2	24
Ursachen von Small World	25
Folgen von Small World	26

3. Routing in Graphen

Graphklasse von Watts und Strogatz	28
Routing Problem	29
Guter Algorithmus	30

Legende:

-  Fortsetzungsseite
-  Seite ohne Überschrift
-  Bildseite